Rapports pédagogiques de mai 2015

MATHÉMATIQUES NS Zone horaire 2

Seuils d'attribution des notes finales

Mathématiques discrètes

Note finale :	1	2	3	4	5	6	7
Gamme de notes :	0 – 13	14 – 27	28 – 41	42 – 53	54 – 65	66 – 75	76 – 100

Analyse

Note finale :	1	2	3	4	5	6	7
Gamme de notes :	0 – 13	14 – 28	29 – 40	41 – 52	53 – 64	65 – 74	75 – 100

Ensembles, relations et groupes

Note finale :	1	2	3	4	5	6	7
Gamme de notes :	0 – 12	13 – 26	27 – 39	40 – 50	51 – 61	62 – 71	72 – 100

Statistiques et probabilités

Note finale :	1	2	3	4	5	6	7
Gamme de notes :	0 – 13	14 – 27	28 – 40	41 – 52	53 – 63	64 – 74	75 – 100

Pour préserver l'intégrité de l'examen, des variantes des épreuves d'examen sont de plus en plus utilisées suivant les fuseaux horaires. Avec l'utilisation de ces différentes versions d'une même épreuve d'examen, les candidats d'un pays particulier n'auront pas forcément les mêmes épreuves d'examen que les candidats dans un autre pays. Un processus rigoureux est mis en œuvre pour garantir que les épreuves sont comparables en termes de difficulté et de couverture du programme, et des mesures sont prises pour garantir que les mêmes normes de correction sont appliquées aux copies des candidats pour les diverses versions de l'épreuve d'examen. Pour la session de mai 2015, l'IB a produit des variantes suivant les fuseaux horaires pour l’épreuve 1 et l’épreuve 2 de mathématiques NS.

Évaluation interne du niveau supérieur

Seuils d’attribution des notes pour cette composante

Note finale :	1	2	3	4	5	6	7
Gamme de notes :	0 – 2	3 – 5	6 – 8	9 – 11	12 – 14	15 – 16	17 – 20

Variété et pertinence du travail présenté

Une grande variété de sujets appropriés a été présentée, mais la qualité des travaux était inégale. En général, les explorations étaient basées sur des sujets choisis par les élèves. Dans certains cas, néanmoins, il apparaissait évident que l'enseignant avait dit à ses élèves quels sujets choisir et leur avait peut-être fourni trop d'aide. Il y a eu également beaucoup de variété en ce concerne la pertinence des explorations. Certains travaux se démarquaient par leur créativité dans l'utilisation des thèmes mathématiques du programme NS, alors que d'autres avaient un contenu mathématique minimal ou ne faisaient que reproduire un problème classique trouvé dans un manuel. Un phénomène intéressant qui a été observé fut la transcription de vidéos mathématiques trouvées sur « Numberphile » ou « Khan Academy ». Alors qu'il n'est pas inhabituel que ce genre de vidéo puisse être utilisé comme un stimulus pour l'étude d'un sujet en particulier, on doit rappeler aux élèves qu'il devient très difficile d'obtenir des notes élevées, sauf si l'enseignant ou le réviseur de notation est en mesure de trouver des preuves d'engagement personnel et de réflexion critique dans leur travail écrit. Beaucoup d'élèves ont choisi des explorations de modélisation. Les plus populaires ont été le mouvement d'un projectile, la modélisation de la propagation d'une maladie et des modèles logistiques pour la croissance de tumeurs. Malheureusement, la plupart des candidats ont cité une équation différentielle pour modéliser le phénomène, ont défini les variables dans le contexte de l'exploration et ont intégré pour obtenir un modèle pertinent, mais sans être capables d'interpréter pourquoi ou comment l'équation différentielle du début était valide. Quelques élèves ont choisi des sujets allant bien au-delà du niveau du programme de mathématiques NS, ce qui a donné lieu à des travaux pour la plupart inaccessibles à leurs camarades. En fait, certaines explorations étaient tellement loin de la base de connaissances attendues pour un enseignant ou un réviseur de notation que leur contenu était en grande partie incompréhensible et très difficile à réviser. À l'opposé, il y a eu un certain nombre d'explorations superficielles qui ne correspondaient pas au niveau du programme. Parmi ces dernières, il y avait des rapports sur l'histoire des mathématiques rédigés par les élèves où le contenu mathématique était rare.

Plusieurs élèves ont utilisé la technologie pour développer des fonctions de régression pour essayer de modéliser des données. Une partie de ce travail était accompagnée de mathématiques qui démontraient une bonne connaissance et une bonne compréhension du modèle. La plupart du temps, par contre, le modèle de régression était simplement créé et appliqué via la technologie, avec très peu de compréhension démontrée.

Un problème majeur demeure celui des citations. L'importance d'intégrer correctement les citations doit être bien expliquée aux élèves. On recommande aux enseignants de fournir aux élèves une copie du document *Intégrité en milieu scolaire dans le cadre du Programme du diplôme* et de discuter avec eux des conséquences possibles des cas de fraude.

La majorité des élèves a rédigé des explorations qui respectaient le nombre recommandé de pages, mais quelques travaux étaient trop longs.

Réussite des candidats par rapport à chaque critère

Critère A

La plupart des élèves a bien réussi dans ce critère, avec des travaux cohérents et organisés à divers degrés. Il a été remarqué que des élèves ont ajouté des annexes afin que la longueur de leur exploration soit comprise entre six et douze pages. Cependant, cela rendait l'exploration incohérente, car le lecteur devait se référer aux annexes afin de comprendre le travail.

Quelques enseignants ont demandé à leurs élèves d'établir une table des matières et de compter le nombre de mots, et ils ont inclus ces aspects dans leur rubrique d'évaluation. Aucun de ces aspects n'est requis dans l'exploration. Certains problèmes rencontrés lors de l'évaluation selon ce critère ont été causés par le fait que les élèves essayaient d'expliquer des choses qui étaient au-delà de leur compréhension, car le sujet choisi était bien au-delà du niveau du programme. Les enseignants doivent se rappeler que les élèves ne doivent pas être pénalisés deux fois pour la même chose. Tel que mentionné précédemment, il est absolument essentiel que les élèves citent toutes les informations empruntées, et ce, à chaque fois qu'elles apparaissent.

Critère B

La plupart des élèves ont bien réussi dans ce critère. Cependant, plusieurs élèves ont présenté des pages contenant des représentations graphiques non légendées et sans rapport avec le sujet ou des feuilles de calcul provenant de tableur qui n'étaient pas nécessaires. Plusieurs enseignants ont toléré une mauvaise utilisation de la notation de la calculatrice dans le travail des élèves, ce qui a entraîné des changements dans le niveau de réussite octroyé par l'enseignant pour les élèves en question.

Critère C

Encore une fois, ce critère a été le plus difficile à interpréter pour les enseignants même si, en général, il y a eu une amélioration par rapport à la session de mai 2014. Il est très important, autant pour les enseignants que pour les élèves, de comprendre la portée de ce critère. La transcription d'un travail que l'on trouve facilement dans un manuel, sur un site Internet ou dans une vidéo ne permet pas à la voix de l'élève de s'exprimer dans l'exploration. Les élèves sont censés résoudre un problème qui pique leur curiosité à partir du stimulus utilisé. Il a été malheureux de constater que certains enseignants n'ont pas cherché l'engagement personnel dans le travail de leurs élèves, mais qu’ils les ont plutôt évalués de façon subjective sur ce critère. Cela s'est souvent traduit par l'octroi de niveaux de réussite incohérents. Un commentaire fréquent pour justifier l'attribution d'un niveau faible était « l'élève n'était pas suffisamment engagé ». À l'opposé, certaines explorations étaient très originales, révélant l'enthousiasme des élèves pour leur sujet par le biais d'une énergie qui se ressentait dans leur travail écrit.

Critère D

Ce critère fut souvent mal compris par les enseignants et leurs élèves. Plusieurs élèves, ayant présenté une exploration basée sur une modélisation, croyaient que l’on attendant une réflexion générale sur les mathématiques et leur application dans un contexte de la vie réelle. Certains signes portent à croire que les enseignants ont incité leurs candidats à discuter de la portée et des limites de leur travail comme s'il s'agissait d'un travail accompli dans le cadre des anciennes tâches du dossier d’évaluation interne. Il est important de noter que la réflexion critique est liée à un aspect métacognitif qui implique de cerner un problème, de le regarder sous des angles différents et d'analyser les résultats obtenus. Il peut également s'agir de lier leur travail à d'autres problèmes ou de soulever d'autres questions qui n'étaient pas apparentes au début du processus. On suggère encore une fois aux enseignants de consulter le document *Mathématiques NS – Notes complémentaires et conseils sur l’exploration* qui se trouve sur le CPEL.

Il est intéressant de noter que les élèves qui ont obtenu des niveaux de réussite élevés pour ce critère ont également bien réussi dans le critère C car, en faisant un effort pour surmonter les problèmes rencontrés, ils démontraient aussi leur engagement personnel dans le travail.

Critère E

Le contenu mathématique était très varié, allant de mathématiques très simples à des notions dépassant le contenu du programme de mathématiques NS et étant bien au-delà de la portée de l'exploration. Le niveau 6 a été encore une fois difficile à atteindre. Les élèves ayant opté pour une exploration de concepts plus abstraits ont été incapables de démontrer leur compréhension des mathématiques utilisées. Certains élèves ayant opté pour des explorations de type modélisation n'ont pas réussi à aller au-delà du travail mécanique de résolution d'une équation différentielle et ils n'ont donc pas démontré une compréhension approfondie. Il y a eu un plus grand nombre d'explorations qui ont obtenu des résultats élevés lors de cette session que lors de la session de mai 2014.

Recommandations pour enseigner aux futurs candidats

- Des indices portent à croire que certains enseignants n'ont pas consacré le nombre d'heures prévues à l'exploration. Il est impératif de consacrer dix heures d’enseignement pour guider les élèves au cours du processus d'exploration.
- Les élèves doivent raconter l'histoire du développement de leur exploration. Un objectif clair et précis auquel l'élève peut se référer lors du développement de l'exploration

aidera ce dernier pour l'organisation et la cohérence de son travail.

- Les candidats doivent se demander s'il est probable qu'un autre candidat puisse reproduire la même exploration. S'ils répondent oui à cette question, il est peu probable qu'ils atteignent un niveau élevé pour le critère E. L'exploration doit être quelque chose de personnel pour l'élève et par conséquent, la probabilité qu'un autre candidat produise un travail similaire devrait être minimale.
- Les enseignants doivent consulter le matériel de soutien pédagogique ainsi que le document *Mathématiques NS – Notes complémentaires et conseils sur l'exploration*, tous deux disponibles sur le CPEL.
- Il est fortement déconseillé aux enseignants d'imposer un type particulier d'exploration.
- Les enseignants doivent laisser les preuves de leur évaluation des explorations à l'aide de signes qui indiquent où les mathématiques utilisées sont correctes et qui identifient les erreurs. Les annotations et les commentaires doivent être écrits directement sur le travail de l'élève. L'enseignant évalue le travail et le rôle du réviseur de notation est de confirmer les niveaux attribués par l'enseignant et non de corriger le travail.
- Les enseignants et les élèves doivent être cohérents dans leur respect de l'intégrité en milieu scolaire. Les références, les dessins et les représentations graphiques doivent être cités à l'endroit où ils apparaissent. Certains élèves ont simplement fourni une bibliographie, sans aucune citation à l'intérieur de leur travail. L'absence de citations dans un travail peut donner lieu à la révision de ce dernier par l'IB.
- Le travail original de l'élève doit être envoyé pour la révision de notation. Lors de l'impression du travail pour l'évaluation ou la révision de notation, l'enseignant doit être conscient que l'impression en noir et blanc peut faire en sorte que le réviseur de notation ait de la difficulté à distinguer des graphiques ou des diagrammes.
- Les enseignants doivent faire part de leurs commentaires aux élèves en annotant leurs réponses écrites. Des commentaires qui ne font que répéter les descripteurs de niveaux ne sont pas utiles.
- Un des aspects propre aux méthodes d'enseignement et d'apprentissage dans le Programme du diplôme est d'encourager et de stimuler les élèves à développer des compétences de recherche et d'écriture en mathématiques. Ceci peut être atteint en proposant aux élèves des tâches de moindre envergure, en leur donnant des opportunités de lire et d'analyser différentes formes d'écriture mathématique ainsi qu'en établissant des liens avec la théorie de la connaissance et les activités CAS.
- Le manque d'annotations et/ou de commentaires spécifiques au travail individuel de l'élève demeure un problème. Plusieurs établissements ont envoyé des copies d'explorations non annotées, avec de très brefs commentaires génériques sur le formulaire 5/EXCS, ce qui a forcé le réviseur de notation à corriger le travail plutôt qu'à le réviser. Bien souvent, les réviseurs de notation trouvent des erreurs mathématiques qui suggèrent que l'enseignant n'a pas vérifié le travail. Malheureusement, cela fait en sorte que les niveaux de réussite ne sont pas confirmés, ce qui affecte les notes de toute la cohorte de l'établissement.
- Un certain nombre d'établissements ont utilisé l'ancien formulaire 5/EXCS plutôt que le nouveau, qui permet plus facilement aux enseignants de fournir des commentaires plus pertinents. Il a été surprenant de voir que certains de ces formulaires avaient été complétés par les candidats eux-mêmes.
- Le document *Mathématiques NS – Notes complémentaires et conseils sur l'exploration* s'est avéré très utile pour certains établissements, mais tout porte à croire que plusieurs

enseignants ne connaissent pas ce document.

Autres commentaires

- Il a semblé y avoir plus d'explorations médiocres cette année qu'en mai 2014. Il s'agissait souvent d'explorations soumises avec un total de cinq points ou moins. On encourage les enseignants à parler aux élèves de l'importance de l'évaluation interne et de son impact sur la note finale de l'IB, tout comme de sa valeur intrinsèque pour l'apprenant de l'IB.
- En général, les réviseurs de notation trouvent les explorations beaucoup plus intéressantes à réviser que les anciennes tâches. Néanmoins, il semble que certains élèves choisissent des sujets sûrs, comme les statistiques ou le mouvement d'un projectile.
- Le sentiment général face à la variété des explorations est que les bénéfices liés à l'exploration en tant que travail indépendant réalisé par l'élève sur un sujet qu'il a choisi sont beaucoup plus importants que son utilité en tant qu'outil d'évaluation discriminatoire. La pondération de 20 % apparaît comme étant juste, car les élèves qui sont bien préparés et guidés par leurs enseignants ont tendance à bien réussir, alors que ceux dont les enseignants ne les guident pas suffisamment réussissent moins bien.
- Les enseignants doivent décourager les élèves de tenter de mener une exploration sur un sujet qui leur est largement inaccessible. Il est très difficile d'écrire sur de tels sujets de façon à ce que l'exploration puisse être lisible par un camarade de classe. Bien souvent, les élèves n'arrivent pas à démontrer une compréhension approfondie et par conséquent, ils ne peuvent pas faire une réflexion critique et constructive

Épreuve 1 du niveau supérieur

Seuils d'attribution des notes pour cette composante

Note finale :	1	2	3	4	5	6	7
Gamme de notes :	0 - 17	18 – 34	35 – 47	48 – 59	60 – 72	73 – 84	85 – 120

Parties du programme et de l'épreuve qui ont semblé difficiles pour les candidats

Intégration par changement de variables (en particulier le changement de variable par t), nombres complexes, preuve par récurrence.

Parties du programme et de l'épreuve pour lesquelles les candidats semblaient bien préparés

Probabilités de base, développement du binôme, points stationnaires, esquisser et travailler avec des fonctions.

Points forts et points faibles des candidats dans le traitement de chaque question

Question 1

Cette première question offrait de manière appropriée un début facile pour beaucoup de candidats. Un très petit nombre de candidats ont débuté la question en supposant que les probabilités étaient indépendantes.

Question 2

Une autre question ayant un début facile. Cependant, un nombre surprenant de candidats n'ont pas donné leurs termes en puissances croissantes de x.

Question 3

Pour une question de début d'épreuve, celle-ci a été généralement mal réussie. Beaucoup de candidats ont perdu des points en donnant leurs réponses en radians. Beaucoup ont également éliminé la solution zéro en divisant par $\tan x$ et plusieurs ont aussi donné 360° comme une solution possible.

Question 4

Cette question a été généralement très bien réussie. Des points ont parfois été perdus pour des erreurs de calcul (dans la partie b). Il n'y a que peu de candidats qui semblaient ne pas comprendre le sens d'une fonction décroissante.

Question 5

En général, cette question a été très bien réussie. Beaucoup de candidats semblaient bien préparés pour ce type de question, donnant des solutions concises.

Question 6

Cette question a semblé diviser les candidats : certains n'ont eu aucun problème alors que d'autres ont fait des tentatives peu convaincantes en utilisant la loi des sinus ou la loi des cosinus. Un angle de $\left(\frac{\pi}{3}+\theta\right)$ plutôt que de $\left(\frac{2\pi}{3}-\theta\right)$ a parfois été observé. Beaucoup de candidats n'ayant pas réussi à obtenir le résultat demandé dans la première partie ont été en mesure de tenter la deuxième partie. Néanmoins, il y a eu de fréquentes erreurs de dérivation et très peu sont parvenus à obtenir correctement le résultat attendu dans cette partie de la question.

Question 7

Il a été surprenant de constater que les réponses à cette question ont été médiocres. Un nombre important de candidats ne semblaient pas avoir la moindre idée quant à la façon d'aborder la question et d'autres s'en sont plutôt mal tirés en essayant d'appliquer le théorème de De Moivre. Beaucoup de candidats (par ailleurs de bons candidats) ont obtenu des valeurs négatives pour leurs modules, apparemment ne connaissant pas la convention qui exige que $r > 0$. Une réponse donnée pour la deuxième partie a fait en sorte que beaucoup de candidats ont perdu des points de suivi qu'ils auraient pu obtenir autrement s'ils n'avaient pas tenté de travailler vers un objectif impossible.

Question 8

Très peu de réponses complètement correctes ont été observées. La plupart des candidats ont obtenu un point pour avoir essayé de dériver la substitution, mais ils ont eu de la difficulté à progresser davantage. Certains candidats ont réussi à obtenir un intégrande correct en fonction de t seulement, mais ils ont commis une erreur avec le facteur numérique qui intervient.

Question 9

Il n'y a pas eu de véritable modèle dans les réponses observées pour la partie (a). Dans la partie (b), la plupart ont réussi à changer la base de leurs logarithmes correctement, mais ils ont ensuite utilisé les lois des logarithmes de façon erronée. La majorité des candidats a probablement réussi à obtenir environ la moitié des points, mais peu d'entre eux ont obtenu la totalité des points pour les deux parties de cette question.

Question 10

La plupart des candidats ont bien débuté cette question. Il y a encore, cependant, une minorité significative de candidats qui croient que la notation pour une réciproque signifie de trouver la dérivée. Les parties (d) et (e) semblaient trop compliquées pour la plupart. Il était attendu que la représentation graphique de la partie (a) soit utilisée davantage, ou tout au moins qu'on s'y réfère, mais beaucoup de candidats ne semblaient pas savoir utiliser une méthode graphique pour résoudre des inéquations.

Question 11

La plupart des candidats ont été capables d'effectuer des tentatives raisonnables aux trois premières parties, mais un nombre surprenant de candidats ont été incapables de calculer la valeur numérique correcte exigée dans la partie (c), malgré une dérivation correcte. Le nombre de réponses correctes observées pour la partie (d) était inférieur à dix, la plupart des candidats n'étant absolument pas au courant de la nécessité d'inclure les signes des modules et ne tenant pas compte du fait que l'aire en question se trouvait en dessous de l'axe x. Cette partie de la question s'est probablement avérée la partie la plus difficile de l'épreuve.

Question 12

Les candidats les mieux préparés ont été en mesure de bien réussir cette question. Une manipulation algébrique adéquate était d'une importance capitale et beaucoup d'erreurs de signes dans toutes les parties ont causé la perte de points. Une erreur fréquente a été de supposer, pour une raison quelconque, que la raison de la suite arithmétique était un. Au moins un nombre non négligeable de candidats a essayé de répondre aux parties (b) et (c), avec un nombre important d'entre eux trouvant facile de démontrer qu'une des racines était égale à deux. Seulement les meilleurs candidats ont réussi la partie (c) et on a souvent observé des solutions élégantes (dans tous les sens du mot).

Question 13

La majorité des candidats a été capable de faire de bonnes tentatives aux deux premières parties, même si on a observé quelques exemples de manipulations incorrectes. La preuve par récurrence est un concept difficile et beaucoup de candidats n'ont pas présenté leur démarche clairement, ce qui la rendait difficile à suivre. La présentation est capitale dans ce type de question et puisque une « preuve » était requise, les examinateurs s'attendent à un langage mathématique clair et une bonne compréhension.

En fait, très peu de candidats ont été en mesure de faire face aux exigences de la partie (c), même si certains d'entre eux ont réussi à obtenir 3 ou 4 points, souvent par le biais d'une " présentation mécanique », par exemple, en posant une hypothèse claire, en établissant clairement ce qu'ils tentaient de prouver et en essayant de montrer leur utilisation de l'étape de récurrence.

Recommandations et conseils pour enseigner aux futurs candidats

Plus de pratique de l'intégration (changements de variables non familiers) et compréhension et pratique du théorème de De Moivre.

Le besoin d'insister sur l'importance de bien lire la question, tout comme sur la façon de présenter une réponse. Par exemple, en degrés ou en radians ?

Présentation générale, notamment pour des questions sur la récurrence.

Épreuve 2 du niveau supérieur

Seuils d'attribution des notes pour cette composante

Note finale :	1	2	3	4	5	6	7
Gamme de notes :	0 – 16	17 – 33	34 – 49	50 – 63	64 – 76	77 – 90	91 – 120

Commentaires généraux

La plupart des candidats ont trouvé cette épreuve à leur portée. Il a été agréable de constater l'amélioration dans l'utilisation de la calculatrice à écran graphique et dans le fait de donner les réponses avec le degré de précision exigé. La plupart des candidats ont tenté de répondre à toutes les parties de chaque question. Cependant, la majorité n'a pas reconnu la probabilité conditionnelle dans la dernière partie de la question 10 et seulement très peu ont été capables de dresser correctement la liste des valeurs des paramètres dans la question 7. Ainsi, les résultats très élevés ont été rares dans cette épreuve. Les concepts de cinématique de la question 12 ont posé des difficultés à beaucoup de candidats, car ils ont eu des problèmes avec le point de départ et la continuité décrite par la fonction par parties. La dernière partie de la question 13 sur des vecteurs était trop exigeante pour beaucoup de candidats à la fin de l'épreuve.

Parties du programme et de l'épreuve qui ont semblé difficiles pour les candidats

- Appliquer la méthode de Gauss et déterminer le nombre de solutions d'un système à trois équations linéaires avec des paramètres.
- Reconnaître une probabilité conditionnelle dans un contexte légèrement différent.
- Transformations de représentations graphiques.
- Continuité d'une fonction par parties.
- Interpréter un problème de cinématique.
- Dessiner un diagramme approprié à partir d'informations écrites avec des mots pour répondre à une question de type « montrez que ».
- Appliquer des concepts vectoriels en lien avec la distance.

Parties du programme et de l'épreuve pour lesquelles les candidats semblaient bien préparés

- Application routinière de formules
- Analyse
- Distributions de probabilité
- Méthodes de dénombrement
- Dérivation implicite
- Trigonométrie

Points forts et points faibles des candidats dans le traitement de chaque question

Question 1

La partie (a) a généralement été bien réussie par la majorité des candidats. Certains ont tenté de trouver la hauteur du triangle dans le but de trouver l'aire. Cela démontrait un manque de connaissances de l'autre formule pouvant être utilisée pour trouver l'aire d'un triangle.

La partie (b) a été bien faite par la grande majorité des candidats : ceux qui n'ont pas obtenu la totalité des points ont souvent, soit utilisé leur calculatrice en mode radian, soit arrondi leurs réponses trop tôt.

Question 2

La plupart des candidats ont réussi cette question : seulement quelques-uns ont utilisé des permutations ou ont additionné leurs combinaisons au lieu de les multiplier. Beaucoup d'élèves ont tenté de trouver (c) directement, plutôt qu'en trouvant le complément.

Question 3

La majorité des élèves a été capable d'obtenir la totalité des points (ou presque) dans cette question. Malgré tout, certains candidats ont perdu des points pour ne pas avoir tracé la représentation graphique sur le domaine indiqué et d'autres, refusant de croire que la représentation graphique avait un sommet, ont soigneusement lissé la courbe.

Dans la partie (b), il a été surprenant de constater qu'autant de candidats aient tenté de résoudre l'équation algébriquement plutôt qu'en utilisant la technologie et qu'ils aient donné plus de deux réponses, montrant ainsi qu'ils n'avaient pas reconnu le lien entre la représentation graphique et ce qui était demandé dans la partie (b).

Question 4

Généralement bien réussie par la plupart des élèves. Dans les parties (a)(i) et (b), beaucoup de candidats ont eu de la difficulté à identifier la valeur à utiliser dans la distribution de Poisson. Les candidats qui ont bien débuté cette question ont généralement obtenu la totalité des points. Par contre, quelques candidats n'ont pas réussi à interpréter la partie (a)(ii), en mélangeant la moyenne de la distribution avec la valeur espérée demandée dans la question.

Question 5

La partie (a) a été parmi les questions les mieux réussies : beaucoup de candidats ont obtenu la totalité des points, même s'il y a eu plusieurs erreurs d'inattention avec des signes lors du calcul du produit vectoriel, menant à des valeurs incorrectes de a, b et c. Dans la partie (b), beaucoup de candidats n'ont pas donné leur réponse finale sous forme cartésienne, tel qu'indiqué. Plusieurs ont également mal lu le vecteur normal comme étant $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ plutôt que $\begin{pmatrix} 4 \\ b \\ c \end{pmatrix}$.

Question 6

Très peu de candidats ont obtenu la totalité des points dans la partie (a) puisqu'ils n'ont pas reconnu le besoin d'utiliser les lois des logarithmes pour écrire la fonction donnée comme une somme. Un grand nombre de candidats a essayé une approche graphique, mais cela a surtout mené à des réponses incorrectes pour a et b. Seulement quelques-uns ont été capables de déduire correctement la valeur de a en utilisant cette approche. La majorité des candidats ont obtenu la totalité des points pour la partie (b). Malgré tout, il a été étonnant de voir combien de candidats ont tenté d'intégrer sans la technologie et combien avaient la mauvaise formule pour trouver le volume de révolution, alors qu'elle se trouve dans le livret de formules.

Question 7

Il a été surprenant de constater que cette question a été plutôt mal réussie. Très peu de candidats ont réussi à compléter les opérations sur les trois lignes sans faire d'erreur de calcul. Même avec la méthode de Gauss appliquée correctement, beaucoup de candidats n'ont pas été capables d'utiliser leur matrice échelonnée pour déterminer correctement les valeurs d'alpha et beta dans la partie a(i), (ii) et (iii). La plupart du temps, ils ne pouvaient donner des conditions que pour le cas où le système n'admet pas de solution, parfois pour le cas où le système admet une infinité de solutions, mais très rarement pour le cas où la solution est unique. Beaucoup de candidats savaient comment l'aborder, mais étaient incapables d'interpréter leurs résultats.

Il fut intéressant de noter que dans les épreuves en espagnol, la majorité des candidats a tenté de résoudre ce problème en utilisant des déterminants et les matrices. Cela semblait prendre souvent plus de temps et comportait généralement des erreurs de calcul.

La partie (b) a été aussi décevante, car les candidats n'ont pas été capables de donner la forme cartésienne de la droite, mais seulement sa forme paramétrique. Seulement quelques candidats ont été capables d'obtenir la bonne équation de la droite (ou au moins de poursuivre à partir de leur forme réduite de la partie (a)). Encore une fois, beaucoup de candidats n'ont pas donné leur réponse sous la forme désirée.

Il y a eu un nombre important de candidats qui n'ont même pas tenté les deux parties de cette question.

Question 8

Cette question a été l'une des plus exigeantes de l'épreuve. Peu de candidats ont réussi à obtenir la totalité des points dans la partie (a). Beaucoup n'ont pas été capables de visualiser correctement le scénario, comme le démontraient les digrammes qu'ils avaient dessinés. Le fait de dessiner un diagramme approprié s'est avéré une étape importante dans leur succès. Les candidats auraient avantage à réfléchir avec soin aux dimensions indiquées. 5 m est une longueur supérieure à 4 m ! Pour ceux qui ont su comment aborder le problème, certains n'ont pas obtenu le dernier point, car ils n'ont pas donné leur réponse à l'entier le plus près.

La partie (b) a été un peu mieux réussie par quelques candidats puisqu'ils ont été en mesure d'utiliser l'équation donnée afin de poursuivre leur travail. Néanmoins, cette partie n'a pas été tentée par plusieurs candidats.

La partie (c) a démontré une bonne utilisation de la calculatrice : la plupart des candidats ont calculé la valeur correcte. Seulement quelques-uns ont tenté une approche analytique plutôt que l'utilisation de la technologie pour résoudre cette partie.

Question 9

La totalité des points ou très peu de points ont été attribués pour cette question. Il fut agréable de constater que la majorité des candidats ont tenté de construire un diagramme en arbre pour ce problème. Ceux qui ont résolu la partie (a) correctement ont habituellement aussi résolu la partie (b) correctement. Un certain nombre de candidats n'ont pas interprété le problème de la manière attendue et ils ont alors utilisé des probabilités incorrectes dans leurs diagrammes en arbre.

Question 10

La partie (a) a été bien traitée par la plupart des candidats. Cependant, beaucoup de candidats n'ont pas obtenu la totalité des points dans (i) car ils n'ont pas donné leur réponse comme un pourcentage. Dans la partie (iii), beaucoup n'ont pas reconnu que le problème faisait intervenir la distribution binomiale (même si beaucoup l'ont fait). La partie (b) a été moins bien réussie car beaucoup de candidats n'ont pas utilisé la distribution normale centrée réduite pour trouver l'écart type. La partie (b)(ii) a été la question la moins bien réussie de toute l'épreuve : seule une poignée de candidats a reconnu le contexte de probabilité conditionnelle.

Question 11

La partie (a) a été réussie de façon exceptionnelle, seulement quelques candidats ayant fait des erreurs de manipulation.

La partie (b) a été assez bien réussie, mais de nombreux candidats ont trouvé l'équation de la tangente plutôt que celle de la normale.

La partie (c) exigeait un peu de réflexion et son taux de succès a été moindre : seulement quelques candidats ont reconnu qu'il fallait résoudre un système d'équations pour trouver les points et ensuite la distance demandée.

Question 12

Un nombre étonnamment grand de candidats n'ont pas remarqué que le point de départ n'était pas l'origine. Cela a entraîné des problèmes dans la partie (a), mais surtout dans la partie (d). La signification de la continuité des fonctions et les domaines avec lesquels ils devaient travailler ont été perdus dans beaucoup de cas et, par conséquent, la partie (c) n'a pas été bien réussie non plus. La représentation graphique a été généralement assez bien faite, même si certains candidats ont ignoré les consignes concernant ce qui devait être légendé et que d'autres n'ont pas respecté le domaine demandé.

Un nombre assez important de candidats a réussi la partie (c), mais beaucoup n'ont pas reconnu que leur point de minimum était nécessaire pour créer un système d'équations. Beaucoup de candidats n'ont pas réussi à générer deux équations à résoudre. La majorité des candidats n'a pas répondu correctement à la partie (d) car ils ont trouvé les temps auxquels la particule retournait à l'origine et non à son point de départ.

Question 13

Dans la partie (a), la plupart des candidats avaient une bonne compréhension de la façon de démontrer que deux droites qui n'ont pas de point d'intersection sont des droites gauches, mais beaucoup de candidats ont omis de mentionner que les droites n'étaient pas parallèles.

La partie (b) a été réussie de façon exceptionnelle, la majorité des candidats obtenant la totalité des points et seulement quelques-uns faisant des erreurs de calcul.

La partie (c)(i) a été bien réussie par la plupart des candidats, mais seulement un très petit nombre a réussi la partie (c)(ii), car la majorité d'entre eux ne savait pas comment résoudre le problème. Beaucoup de candidats n'ont pas essayé de répondre à cette partie ; c'en était trop pour eux à ce stade-ci de l'épreuve. Il y a eu beaucoup de pages vides et quelques pages montrant des approches infructueuses et non détaillées. Seulement un très petit nombre de candidats a obtenu plus d'un ou deux points pour cette partie de la question et la bonne réponse finale a été rarement vue.

En général, beaucoup de bonnes réponses pour les dix premiers points, mais les huit derniers ont été, de toute évidence, difficiles à obtenir. Seulement les meilleurs candidats ont été capables d'effectuer ici une bonne tentative.

Épreuve 3 du niveau supérieur : mathématiques discrètes

Seuils d’attribution des notes finales pour cette composante

Note finale :	1	2	3	4	5	6	7
Gamme de notes :	0 – 8	9 – 16	17 – 27	28 – 34	35 – 41	42 – 48	49 – 60

Commentaires généraux

Un nombre considérable de candidats semblaient bien préparés pour cette épreuve et ils l'ont trouvée, en général, bien à leur portée. Beaucoup de candidats ont démontré une bonne connaissance du contenu et ont souvent déployé de solides capacités de raisonnement. Naturellement, la dernière partie de chaque question (et ce dans les cinq questions) a posé un défi à bon nombre de candidats, ce qui suggère une bonne gradation du niveau de difficulté de chaque question.

Parties du programme et de l'épreuve qui ont semblé difficiles pour les candidats

Construire une preuve et argumenter.

Reconnaître pourquoi un graphe pondéré donné n'a pas de solution au problème classique du voyageur de commerce.

Connaître précisément les définitions du problème du voyageur de commerce, du théorème fondamental de l'arithmétique et du lemme des poignées de main.

Comprendre les propriétés des graphes planaires connexes simples et les inégalités importantes qui lient le nombre d'arêtes, de sommets et de faces de ces graphes.

Appliquer les règles de l'arithmétique modulaire pour établir un résultat mathématique.

Utiliser le théorème fondamental de l'arithmétique pour déterminer le ppcm et le pgcd d'une paire de nombres.

Parties du programme et de l'épreuve pour lesquelles les candidats semblaient bien préparés

Construire un graphe pondéré à partir d'une table d'adjacence.

Appliquer l'algorithme de Kruskal pour trouver l'arbre couvrant minimal d'un graphe pondéré.

Trouver une solution au problème du facteur chinois pour un graphe pondéré.

Résoudre des relations de récurrence linaires simples et doubles homogènes à coefficients constants.

Dessiner $K_{2,2}$ sous forme planaire, dessiner un arbre couvrant pour $K_{2,2}$ et dessiner le complément de $K_{2,2}$.

Dessiner un graphe planaire connexe simple.

Appliquer la formule d'Euler et ses corollaires à des graphes planaires.

Points forts et points faibles des candidats dans le traitement de chaque question

Question 1

La partie (a) a généralement été très bien traitée. La plupart des candidats ont été capables d'esquisser correctement le graphe de H et d'appliquer l'algorithme de Kruskal pour déterminer l'arbre couvrant minimal de H. Une poignée de candidats a utilisé l'algorithme de Prim (qui ne fait plus partie du programme).

La plupart des candidats comprenaient le problème du facteur chinois dans la partie (b) et savaient additionner le poids de PQ au poids total de H. Quelques candidats, néanmoins, n'ont pas spécifié une solution au problème du facteur chinois alors que d'autres n'ont pas vu le fait qu'un retour au sommet initial était nécessaire.

Dans la partie (c), beaucoup de candidats ont eu des difficultés à énoncer de façon concise le problème du voyageur de commerce. Beaucoup de candidats ont utilisé un argument basé sur les arêtes, plutôt que de simplement indiquer que le problème du voyageur de commerce ne pouvait pas être résolu car, pour atteindre le sommet P, on devait visiter le sommet Q deux fois.

Question 2

La partie (a) a été généralement bien traitée puisqu'un grand nombre de candidats ont dessiné une représentation planaire correcte pour $K_{2,2}$. Quelques candidats, cependant, ont dessiné une représentation non planaire correcte pour $K_{2,2}$. Les parties (b) et (c) ont été bien réussies en général : beaucoup de candidats ont dessiné un arbre couvrant correct pour $K_{2,2}$ et le complément correct de $K_{2,2}$.

La partie (d) testait la capacité des candidats à établir un argument raisonné pour expliquer clairement pourquoi le complément de $K_{m,n}$ ne possède pas d'arbre couvrant. Seulement les meilleurs candidats ont réussi à fournir l'explication rigoureuse requise dans cette partie.

Question 3

Dans la partie (a), un bon nombre de candidats ont été capables de « voir » la forme de la solution pour u_n et ont ainsi obtenu $u_n = 4\times 7^n + 1$ avec succès (souvent de façon peu conventionnelle). Une panoplie de méthodes et d'approches intéressantes ont été observées dans cette question, y compris l'utilisation de la solution sous sa forme générale fermée, l'itération, la substitution de $u_n = 4\times 7^n + 1$, la substitution de $u_n = An + B$ et, plus intéressant encore, la conversion en une relation de récurrence linéaire double. Certains candidats ont converti de manière erronée la relation de récurrence en une équation du second degré caractéristique et ont obtenu $u_n = c_1(6)^n + c_2(1)^n$.

En comparaison avec des questions semblables portant sur les relations de récurrence posées dans des épreuves récentes, la partie (b) a été assez bien traitée puisqu'un nombre considérable de candidats ont obtenu correctement $v_n = 4(11)^n$. Il a été agréable de noter le nombre de candidats qui a été capable d'établir la bonne équation caractéristique et d'utiliser les deux termes donnés pour obtenir la solution exigée. Il semblait que les candidats étaient mieux préparés pour la résolution de relations de récurrence linéaire d'ordre deux en comparaison avec des relations de récurrence linéaire d'ordre un.

La plupart des candidats ont trouvé la partie (c) difficile. Seulement un petit nombre de candidats a tenté de factoriser $11^n - 7^n$ ou de soustraire 7^n au développement de $(7+4)^n$. Il a été également surprenant de constater que si peu de candidats aient choisi l'option d'indiquer que 11 et 7 sont congrus modulo 4, alors $11^n - 7^n \equiv 0 \pmod 4$ et donc, c'est un multiple de 4.

Question 4

Dans la partie (a)(i), beaucoup de candidats ont tenté de prouver $2e \geq 3f$ à l'aide d'exemples numériques. Seulement quelques candidats ont été capables de prouver cette inéquation correctement. Dans la partie (a)(ii), la plupart des candidats savaient que K_5 possède 10 arêtes. Par contre, un certain nombre de candidats a simplement dessiné un diagramme avec n'importe quel nombre de faces et ont utilisé cette représentation particulière en tant qu'élément de base de leur « preuve ». Beaucoup de candidats n'ont pas reconnu l'exigence « à partir de là » dans la partie (a)(ii).

Dans la partie (b)(i), beaucoup de candidats ont énoncé le « lemme des poignées de main » de façon incorrecte en le reliant au « problème des poignées de main ». Dans la partie (b)(ii), seulement quelques candidats ont déterminé que $v = e$ et ont donc trouvé que $f = 2$.

Dans la partie (c), un nombre assez important de candidats ont été capables de dessiner un graphe planaire connexe simple à trois sommets, chacun de degré trois. L'erreur la plus fréquente dans ce cas était de construire un graphe contenant au moins une arête multiple.

Question 5

Dans la partie (a), la plupart des candidats ont omis le « uniquement » dans leur définition du théorème fondamental de l'arithmétique. Peu de candidats ont défini ce qu'était un nombre premier.

Dans la partie (b), un nombre considérable de candidats ont utilisé l'algorithme euclidien plutôt que le théorème fondamental de l'arithmétique pour calculer $\gcd(5577, 99099)$ et $\operatorname{lcm}(5577, 99099)$.

Dans la partie (c), une preuve usuelle qui se trouvait dans des épreuves précédentes a été traitée avec succès par les candidats les mieux préparés.

Recommandations et conseils pour enseigner aux futurs candidats

Il est important d'enseigner la totalité du programme et les élèves doivent connaître toutes les définitions données dans ce dernier.

Les enseignants doivent continuer à mettre l'accent sur l'importance de la preuve et discuter de ce qui constitue une argumentation logique solide et un bon raisonnement. Il est important que les élèves travaillent sur la précision de leurs explications dans les questions faisant intervenir des preuves et du raisonnement. Le fait de regarder la structure des preuves dans les barèmes de notation d'épreuves précédentes devrait servir à maîtriser cet aspect important de la communication mathématique, car le verbiage rapporte rarement beaucoup de points. Il est aussi important d'insister sur le fait que le début d'une preuve ne doit pas être ce que l'on cherche à prouver et que le recours à des exemples numériques ne constitue pas une preuve.

Les enseignants doivent continuer à mettre l'accent sur la formulation de questions, où l'on demande d'appliquer une certaine méthode ou d'utiliser un certain résultat. Par exemple, dans la question 5(b), on demandait aux candidats d'utiliser le théorème fondamental de l'arithmétique sur 5 577 et 99 099 respectivement et d'utiliser les résultats factorisés pour déterminer ensuite le ppcm et pgcd de ces nombres. Il est important d'avertir les élèves que des points peuvent être perdus en ne lisant pas assez attentivement ce qu'une question demande et qu'ils doivent s'assurer de détecter tous les indices présents dans la formulation de la question.

Bien que cette option mette en jeu des graphes et des arbres, il n'est pas nécessaire que les candidats utilisent du papier millimétré pour présenter certaines de leurs réponses. Lorsque les épreuves sont numérisées, il peut être très difficile de lire les réponses d'un candidat si elles ont été écrites sur du papier millimétré.

Épreuve 3 du niveau supérieur : analyse

Seuils d'attribution des notes finales pour cette composante

Note finale :	1	2	3	4	5	6	7
Gamme de notes :	0 – 9	10 – 18	19 – 24	25 – 31	32 – 38	39 – 45	46 – 60

Commentaires généraux

Cette épreuve a semblé à la portée de la grande majorité des candidats. Il y avait une bonne couverture du programme et les élèves avaient été bien préparés par leurs établissements. Comme toujours dans une épreuve d'analyse, il y avait parfois un manque de rigueur et, quelquefois, les élèves se perdaient dans des arguments qui les faisaient tourner en rond.

Parties du programme et de l’épreuve qui ont semblé difficiles pour les candidats

Le critère de comparaison, le critère de comparaison de la limite et le théorème de la moyenne ont posé des difficultés.

Parties du programme et de l'épreuve pour lesquelles les candidats semblaient bien préparés

Les candidats étaient bien préparés pour la règle de L'Hôpital, les séries de Maclaurin, le critère de d'Alembert et le critère de l'intégrale et la convergence d'intégrales indéfinies.

Points forts et points faibles des candidats dans le traitement de chaque question

Question 1

La plupart des candidats avaient une bonne compréhension des techniques à utiliser dans cette question. Un nombre surprenant a oublié de montrer que f(0)=0. Certains candidats n'ont pas simplifié leur dérivée seconde, ce qui a entraîné du travail supplémentaire et a augmenté les risques de commettre des erreurs.

Question 2

(a) Cette question se prêtait à plusieurs approches différentes. La plus fréquente de ces approches a été l'utilisation du facteur intégrant (même si cela faisait tourner en rond les candidats). D'autres candidats ont remplacé la solution dans l'équation différentielle alors que d'autres ont multiplié la solution par x et ont ensuite utilisé la règle du produit pour obtenir l'équation différentielle. Toutes ces approches étaient acceptables.

(b) Il s’agissait d’une question simple. Des candidats ont ignoré l'indice « à partir de là » et ils ont travaillé depuis le début en utilisant le facteur intégrant. Un nombre surprenant de candidats a fait des erreurs algébriques de base, comme de mettre le terme $+c$ à la mauvaise place et ne pas le diviser par x.

Question 3

(a) Dans cette partie, le critère exigé n'était pas donné dans la question. Cela a mené certains élèves à utiliser des méthodes inappropriées. Lors de l'utilisation du critère de comparaison ou du critère de comparaison de la limite, de nombreux candidats ont écrit l'énoncé incorrect $\frac{1}{n^2}$ converge (série p) plutôt que l'énoncé correct avec $\sum$. Cela indique peut-être un manque de compréhension des concepts en jeu.

(b) Il y a eu de nombreuses bonnes réponses qui étaient bien expliquées. La plupart des candidats ont reconnu l'importance du résultat de la partie (i) pour trouver la limite de la partie (ii). En général, un résultat de base comme $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)=1$ peut simplement être cité, mais d'autres limites comme $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{\ln n}{\ln(n+1)}\right)=1$ doivent être clairement justifiées.

(c)(i) Les candidats doivent être conscients des conditions d'application nécessaires pour tous les critères de convergence.

(c)(ii) L'intégration a été bien faite par les candidats. La plupart ont également fait le lien entre l'intégrale étant indéfinie et la série divergente. Dans cette question, il n'était pas nécessaire au départ de prendre une borne supérieure finie et l'utilisation de ∞ était acceptable. Cela résulte du mot-consigne « déterminez ». Dans la question 4(b), une borne supérieure finie était exigée, puisque le mot-consigne était « montrez que ». Pour s'assurer de toujours obtenir la totalité des points, les candidats doivent jouer de prudence et toujours utiliser la notation de limite lorsqu'ils travaillent avec des intégrales indéfinies.

Question 4

(a) La plupart des candidats ont très bien répondu à cette question.

(b) Mis à part quelques erreurs de signe, la majorité des candidats a réussi l'intégration par parties. Dans cette question, il était important d'utiliser la notation de limite pour montrer que l'intégrale convergeait vers 2.

Question 5

(a)(i) La majorité des candidats a bien répondu à cette question.

(a)(ii) Cette question a été généralement mal réussie et beaucoup de candidats ne sont pas parvenus à dessiner la courbe correctement, car ils n'ont pas tenu compte de l'importance du domaine donné. Une autre erreur fréquemment observée a été de dessiner la représentation graphique de la dérivée plutôt que celle de la fonction.

(b)(i) Cette partie a été vraiment mal réussie. Beaucoup d'arguments semblaient indiquer ce qui devait être prouvé, par exemple, « puisque la dérivée est nulle, la droite est horizontale ». La plupart des candidats n'ont pas réalisé l'importance de tester un point à l'intérieur de l'intervalle, et les solutions les plus fréquentes faisaient intervenir le théorème de la moyenne appliqué aux bornes. De plus, il y avait une certaine confusion entre le théorème de la moyenne et le théorème de Rolle.

(b)(ii) Il a été agréable de constater qu'autant de candidats aient fait le lien avec la partie précédente de la question. L'erreur la plus courante à partir de ce point a été de dériver de façon incorrecte. Les candidats doivent être conscients qu'il s'agit d'une question de type « prouvez que » ; il n'est donc pas suffisant de se contenter d'indiquer, par exemple, $f(0)=\pi$.

Recommandations et conseils pour enseigner aux futurs candidats

On doit exposer les élèves à une utilisation plus large du théorème de la moyenne.

Les élèves doivent s'exercer à trouver la bonne technique pour tester la convergence d'une série.

Le mot-consigne « à partir de là » est surtout utilisé pour avertir les élèves de la nécessité d'utiliser le résultat d'une partie précédente.

Épreuve 3 du niveau supérieur : ensembles, relations et groupes

Seuils d'attribution des notes finales pour cette composante

Note finale :	1	2	3	4	5	6	7
Gamme de notes :	0 – 6	7 – 13	14 – 20	21 – 25	26 – 31	32 – 36	37 – 60

Commentaires généraux

Les mathématiques de cette option diffèrent de celles des trois autres options du fait qu'elles abordent des concepts très abstraits plutôt que l'application de règles mécaniques. La preuve et le raisonnement logique jouent un rôle capital dans cette option.

Parties du programme et de l'épreuve qui ont semblé difficiles pour les candidats

Travailler avec l'arithmétique modulaire sur des entiers.

Beaucoup de candidats se sont trompés et ont utilisé un synonyme mathématique comme une preuve. Par exemple, le simple fait de dire qu'une fonction est injective n'est pas une preuve que la fonction est une injection.

Beaucoup de candidats n'étaient pas à l'aise de travailler avec des groupes infinis et des ensembles discrets infinis.

Parties du programme et de l'épreuve pour lesquelles les candidats semblaient bien préparés

La définition d'un groupe et les concepts qui s'y rattachent : tables de Cayley ; symétriques ; l'ordre d'un élément ; permutations.

La définition d'une relation d'équivalence.

Points forts et points faibles des candidats dans le traitement de chaque question

Question 1

(a) La majorité des candidats a été capable de compléter la table de Cayley correctement. Malheureusement, beaucoup de candidats ont perdu du temps et de l'espace, en cherchant laborieusement les éléments manquants dans la table : l'identité est p et les éléments q, r et s sont clairement d'ordre 2, alors les 14 cases peuvent être remplies sans effectuer de calcul. Une poignée de candidats ont cru que t et u étaient d'ordre deux.

(b) Généralement bien réussie. Peu de candidats ne connaissaient pas la définition de l'ordre d'un élément.

(c) Souvent bien réussie. Peu de candidats ont donné d'autres sous-groupes, et par conséquent, incorrects.

Question 2

De nombreux candidats ne connaissaient pas suffisamment l'arithmétique modulaire pour répondre à cette question de manière satisfaisante. En particulier, certains candidats ont complètement ignoré le fait que les solutions devaient être données modulo 7 et ils ont donné des réponses décimales aux parties (a) et (b). Très peu de candidats ont invoqué le théorème de Lagrange dans la partie (b)(ii). Certains candidats avaient la fausse impression qu'un groupe devait être abélien, et ils ont donc testé la commutativité dans la partie (b)(ii). Il a été agréable de voir de nombreux candidats réaliser qu'une identité devait être satisfaite à la fois à gauche et à droite.

Question 3

(a) Un nombre surprenant de candidats pensaient qu'il suffisait d'un exemple pour répondre à cette partie.

(b) Encore une fois, un manque de confiance dans l'arithmétique modulaire a miné les tentatives de nombreux candidats dans cette partie.

(c) et (d) La plupart des candidats ont entamé ces parties, mais certains ont trouvé des solutions fractionnaires plutôt qu'entières et/ou ont omis zéro et les entiers négatifs.

(e) Certains candidats ont considéré R comme une opération, plutôt qu'une relation, et ils ont alors écrit des réponses de la forme $aRb \neq bRa$.

Question 4

(a) Les candidats ayant formulé les questions en termes des définitions de base de l'injection et de la surjection ont généralement bien réussi. À l'opposé, des phrases comme « f est injective $\Rightarrow f$ est une injection » ou « g est surjective car son image est égale à son ensemble d’arrivée » n'ont obtenu aucun point. Certains candidats ont fait la fausse supposition que f et g étaient des réciproques l'une de l'autre.

(b) Peu de candidats ont donné des réponses complètement satisfaisantes. Certains ont donné des fonctions satisfaisant l'identité, mais non définies sur les ensembles donnés ou pour lesquelles g était en fait une bijection.

Question 5

(a) Il y a eu généralement des bonnes réponses à cette partie. Lorsque des points ont été perdus, ce fut généralement parce que le candidat n'avait pas choisi deux éléments différents dans la preuve de fermeture.

(b) Seulement quelques candidats ont réalisé qu'ils n'avaient pas à prouver que H est un groupe : cela était indiqué dans la question. Certains candidats ont essayé d'invoquer le théorème de Lagrange bien que G soit un groupe infini.

(c) Beaucoup de candidats ont montré que l'application est injective. La plupart des tentatives pour prouver la surjectivité étaient peu convaincantes. Les candidats ayant tenté d'établir la propriété d'homomorphisme ont parfois omis d'utiliser deux éléments différents.

Recommandations et conseils pour enseigner aux futurs candidats

Les notions de « preuve » et d'arguments logiques solides sont très importantes en mathématiques, mais particulièrement pour les élèves qui prennent cette option. Le plus tôt les élèves sont exposés à ces façons de penser, le mieux ils réussiront.

Même si cette option traite de mathématiques très abstraites, la meilleure façon de la soutenir est à l'aide d'une grande variété d'exemples concrets : ensembles de nombres discrets et continus ; arithmétique modulaire ; permutations ; transformations d'ensembles, y compris des symétries de figures planes.

Encourager les élèves à travailler mathématiquement plutôt que par le biais d'explications écrites avec des mots. Bien souvent ce type de travail demeure tautologique et dénué de sens.

Épreuve 3 du niveau supérieur: statistiques et probabilités

Seuils d’attribution des notes finales pour cette composante

Note finale :	1	2	3	4	5	6	7
Gamme de notes :	0 – 8	9 – 16	17 – 25	26 – 31	32 – 37	38 – 43	44 – 60

Parties du programme et de l'épreuve qui ont semblé difficiles pour les candidats

Cette épreuve a démontré que la majorité des candidats est incapable d'interpréter correctement des intervalles de confiance. Il est important que les candidats soient capables non seulement de calculer des intervalles de confiance, mais également d'expliquer le sens de leur résultat.

Beaucoup de candidats semblaient ignorer qu'ils pouvaient utiliser leur calculatrice pour effectuer des procédures d'inférence statistique. Il a été assez fréquent de voir des candidats utiliser la formule appropriée pour calculer les statistiques associées à un test au lieu de les lire directement sur leur calculatrice.

De nombreux candidats ont été incapables de définir correctement des estimateurs. Par contre, il se peut que cela soit dû à leur incapacité à écrire une explication avec des mots plutôt qu'à un manque de compréhension.

Les fonctions génératrices ont posé des problèmes à certains candidats.

Parties du programme et de l'épreuve pour lesquelles les candidats semblaient bien préparés

La plupart des candidats sont capables d'effectuer des tests statistiques, même si les méthodes utilisées sont souvent inefficaces.

Points forts et points faibles des candidats dans le traitement de chaque question

Question 1

La plupart des candidats ont bien résolu (a). Dans (b) et (c), par contre, de nombreux candidats ont commis l'erreur habituelle de confondre $\sum_{i=1}^{n} X_i$ et nX. En effet, certains candidats ont même utilisé la deuxième expression pour signifier la première. Cette erreur conduit à une variance incorrecte et, bien sûr, à une réponse incorrecte. Certains candidats ont eu de la difficulté à traduire les énoncés écrits avec des mots en énoncés de probabilité corrects, notamment dans (c).

Question 2

Presque tous les candidats ont donné la bonne estimation de la moyenne, mais certains ont choisi la mauvaise variance dans leur calculatrice pour estimer σ^2. Dans (b)(i), les hypothèses étaient parfois mal énoncées, généralement avec un symbole incorrect à la place de μ, par exemple d, $\overline{x}$ et « moyenne » ont été vus. Beaucoup de candidats n'ont pas fait une utilisation efficace de leur calculatrice dans (b)(ii). L'intention de la question était que les candidats entrent simplement les données dans leur calculatrice et utilisent le logiciel pour donner la valeur p.

Au lieu de cela, de nombreux candidats ont trouvé la valeur p en évaluant d'abord t à l'aide de la formule appropriée. Il s'agissait d'un processus long qui ouvrait la porte à des erreurs. Dans (b)(iii), les candidats devaient se référer à l'énoncé, par conséquent, les réponses « Accepter H_0 » ou « Rejeter H_1 » n'étaient pas acceptées.

Question 3

L'intention dans (a) était que les candidats entrent simplement les données dans leur calculatrice et utilisent le logiciel pour donner l'intervalle de confiance. Cependant, comme dans la question 2, de nombreux candidats ont calculé la moyenne et la variance à la main et ils ont utilisé les formules appropriées pour déterminer les bornes de l'intervalle. Encore une fois, du temps précieux a été gaspillé et une source possible d'erreur fut introduite. Les réponses à (b) ont été extrêmement décevantes, puisque la grande majorité des candidats a donné une mauvaise interprétation de l'intervalle de confiance. La réponse la plus fréquente ressemblait à « Il y a une probabilité de 99 % que l'intervalle [9,761 ; 9,825] contienne μ ». Cela est incorrect car l'intervalle et μ sont tous deux des constantes. L'énoncé comme quoi l'intervalle [9,761 ; 9,825] contient μ est soit vrai soit faux. Il n'y a pas de probabilité qui intervient ici. Une autre réponse fréquente était « Je suis confiant à 99 % que l'intervalle [9,761 ; 9,825] contient μ ». Cette réponse n'est pas satisfaisante, en partie car « 99 % confiant » est en réalité un euphémisme pour « une probabilité de 99 % » et en partie car cela répond à la question « Quel est l'intervalle de confiance à 99 % pour μ » en réarrangeant simplement les mots sans aller vraiment plus loin. La réponse attendue était que si l'échantillonnage était effectué un grand nombre de fois, alors près de 99 % des intervalles de confiance calculés contiendrait μ. Une réponse plus rigoureuse serait qu'un intervalle de confiance pour μ à 99 % est une valeur observée d'un intervalle aléatoire qui contient μ avec une probabilité de 0,99, tout comme le nombre $\bar{x}$ est une valeur observée de la variable aléatoire $\bar{X}$. Le concept d'intervalle de confiance est difficile à ce niveau, mais les intervalles de confiance font partie du programme, tout comme leur interprétation. En raison de l'incompréhension répandue des intervalles de confiance, une partie des points a été donnée, cette fois, pour des interprétations faisant intervenir la confiance ou la probabilité à 99 %, mais ce ne sera pas le cas dans les futures épreuves. De nombreux candidats ont résolu (c) correctement, surtout en utilisant la méthode 2 du barème de notation.

Question 4

En général, les solutions de (a) ont été extrêmement décevantes : la grande majorité des candidats a été incapable de donner des explications correctes d'estimateurs et d'estimateurs sans biais. Les solutions de (b) ont été, en général, assez bonnes, ce qui indique peut-être que les mauvaises explications de (a) résultent d'une incapacité à expliquer ce que les élèves savent plutôt qu'à un manque de compréhension.

Question 5

Les solutions de (a) ont souvent été décevantes, puisque certains candidats ont simplement écrit la réponse. Une erreur fréquente était d'oublier la possibilité que X soit zéro, par conséquent, $G(t) = pt$ a été souvent observé. Les explications dans (b) étaient souvent insuffisantes, indiquant encore une fois des compétences limitées pour écrire des explications avec des mots. Très peu de solutions complètes ont été vues dans (c), avec peu de candidats capables de se rendre même au résultat que $(q_1 + p_1t)(q_2 + p_2t)$ doit égaler $(q + pt)^2$ pour un p quelconque.

Recommandations et conseils pour enseigner aux futurs candidats

En général, les candidats sont capables de calculer des intervalles de confiance, mais il est important qu'ils soient capables de donner une interprétation correcte de leur résultat.

Les candidats doivent mieux connaître les logiciels statistiques de leur calculatrice.

Plus de temps devrait être consacré aux fonctions génératrices qui semblaient être difficiles pour certains candidats.